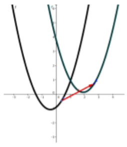
Abbildungen und Funktionen



Lösung:

lineare Funktion f(x) = 2x – 1

Verschieben um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben.
Neue Funktionsgleichung: $f(x) = 2x - 5$
Allgemein: Es ändert sich nur der y-Abschnitt

Spiegeln an der *x*-Achse
Neue Funktionsgleichung: $f(x) = -2x + 1$
Allgemein: Steigung und y-Abschnitt mal (-1)

Spiegeln an der *y*-Achse
Neue Funktionsgleichung: $f(x) = -2x - 1$
Allgemein: Steigung mal (-1), y-Abschnitt bleibt

Spiegeln an der Winkelhalbierenden (y = x)
Neue Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
Allgemein: y-Abschnitt wird zur Nullstelle
Steigung im Kehrwert ($\frac{1}{m}$)

Zentrisch Strecken mit dem Ursprung als Streckzentrum und Streckfaktor k=3
Neue Funktionsgleichung: $f(x) = 2x - 3$
Allgemein: Strecken: Steigung m bleibt gleich, y-Abschnitt vergrößert sich
Stauchen: Steigung m bleibt gleich, y-Abschnitt verkleinert sich

Drehung mit Ausnahme von zwei Drehwinkeln möglich. Die Gerade darf nicht parallel zur y-Achse verlaufen.

Abbildungen und Funktionen

Lösung:

quadratische Funktion $g(x) = x^2$

Verschieben um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben.
Neue Funktionsgleichung: $g(x) = (x - 3)^2 + 2$
Allgemein: Verschieben in x-Richtung um a heißt $(x-a)^2$
Verschieben in y-Richtung um b heißt Konstante + b

Spiegeln an der *x*-Achse
Neue Funktionsgleichung: $g(x) = - x^2$
Allgemein: jede Steigung und y-Abschnitt mal (-1)

Spiegeln an der *y*-Achse
Neue Funktionsgleichung: $g(x) = x^2$
Allgemein: Wenn der Scheitelpunkt auf der y-Achse liegt, bleibt die Funktionsgleichung gleich, andernfalls ändert sich das Vorzeichen in der Klammer. Aus $(x + 4)^2$ wird $(x - 4)^2$

Spiegeln an der Winkelhalbierenden (y = x)
Neue Funktionsgleichung: $g(x) = +\sqrt{x}$,
definiert mit der positiven Wurzel; sonst wäre es keine Funktion!
Allgemein: y-Abschnitt wird zur Nullstelle

Zentrisch Strecken mit dem Ursprung als Streckzentrum und Streckfaktor k=3
Neue Funktionsgleichung: $g(x) = \frac{1}{3}x^2$
Allgemein:
- Die neuen Koordinaten des Scheitelpunktes erhält man, indem man die alten Koordinaten mit dem Streckfaktor multipliziert.
- Zentrisches Strecken: Parabel wird weiter (Achtung: von der Parabel sagt man dann, dass sie gestaucht wird!)
- Zentrisches Stauchen: Parabel wird enger (Achtung: von der Parabel sagt man dann, dass sie gestreckt wird!)

Drehung nur um 180° und 360° möglich

Lösung:

kubische Funktion h(x) = x^3

Verschieben um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben.
Neue Funktionsgleichung: h(x) = $(x-3)^3 + 2$
Allgemein: Verschieben in x-Richtung um a heißt $(x-a)^3$
Verschieben in y-Richtung um b heißt Konstante + b

Spiegeln an der *x*-Achse
Neue Funktionsgleichung: h(x) = $-x^3$
Allgemein: jede Steigung und Y-Abschnitt mal (-1)

Spiegeln an der *y*-Achse
Neue Funktionsgleichung: h(x) = $-x^3$
Allgemein: jede Steigung mal (-1), y-Abschnitt bleibt

Spiegeln an der Winkelhalbierenden (y = x)
Neue Funktionsgleichung: h(x) = $\sqrt[3]{x}$ für positive x und für negative x
Allgemein: y-Abschnitt wird zur Nullstelle

Zentrisch Strecken mit dem Ursprung als Streckzentrum und Streckfaktor k=3
Neue Funktionsgleichung: $h(x) = \frac{1}{9}x^3$

Allgemein:

- Die neuen Koordinaten des Wendepunktes erhält man, indem man die alten Koordinaten mit dem Streckfaktor multipliziert.
- Strecken: Der Graph wird deutlich (quadratisch) weiter (<u>Achtung:</u> vom Graphen sagt man dann, dass er <u>gestaucht</u> wird!)
- Stauchen: Der Graph wird deutlich (quadratisch) enger (<u>Achtung:</u> vom Graphen sagt man dann, dass er <u>gestreckt</u> wird!)

Drehung um 180° und 360° möglich, das Bild ergibt die gleiche Funktion.
Allgemein: Auch für alle Winkel α mit $90° < \alpha < 180°$ und $270° < \alpha < 360°$ handelt es sich um Funktionen, die aber schwer anzugeben sind.

Lösung:

Exponentialfunktion m(x) = 2^x

Verschieben um 3 Einheiten nach rechts und 2 Einheiten nach oben.

Neue Funktionsgleichung: m(x) = $2^{x-3}+2$

Allgemein: Verschieben in x-Richtung um a heißt (x-a) im Exponenten
Verschieben in y-Richtung um b heißt Konstante + b

<u>Achtung</u>: das ist keine Parallelverschiebung!

Spiegeln an der *x*-Achse

Neue Funktionsgleichung: m(x) = -2^x

Allgemein: mal (-1)

Spiegeln an der *y*-Achse

Neue Funktionsgleichung: m(x) = $(\frac{1}{2})^x$ oder m(x) = 2^{-x}

Allgemein: Basis im Kehrwert

Spiegeln an der Winkelhalbierenden (y = x)

Neue Funktionsgleichung: $m(x)=\frac{\lg x}{\lg 2}=\log_2 x$

Allgemein: lg x dividiert durch den lg der Basis, d.h. Logarithmus zu der Basis der Urfunktion.

Es handelt sich bei der Spiegelung an der Winkelhalbierenden um die Umkehrfunktion!

Zentrisch Strecken mit dem Ursprung als Streckzentrum und Streckfaktor (k=3)

Neue Funktionsgleichung: $m(x)=3\cdot 2^{\frac{x}{3}}$

Allgemein:

- der y-Abschnitt multipliziert sich mit dem Streckfaktor
- Strecken: der Graph wird flacher
- Stauchen: der Graph wird steiler

Lösung:

Drehung

- um 90°: $m(x) = \frac{\lg(-x)}{\lg 2} = \log_2(-x)$
- um 180°: $m(x) = -\left(\frac{1}{2}\right)^x$ (Spiegelung an x- und y-Achse!)
- um 270°: $m(x) = \frac{\lg x}{\lg \frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2}} x$ (Spiegelung von $\log_2(-x)$ an x- und y-Achse, d.h. auch hier mal (-1) und Basis im Kehrwert)

Allgemein: Auch für alle Winkel α mit $90° < \alpha < 180°$ und $270° < \alpha < 360°$ handelt es sich um Funktionen, die aber schwer anzugeben sind.

Drehung allgemein:
Es ist einfach zu erkennen, ob es sich bei der Drehung eines Funktionsgraphen wieder um einen Funktionsgraphen handelt oder nicht. Die Funktionsgleichung der gedrehten Funktion jedoch konkret anzugeben ist im Allgemeinen schwer.