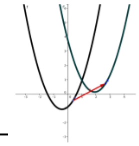
Exponentialfunktionen



LÖSUNG:

Aufgabe 1:

Die Annahme lautet, dass das Wachstum der Naschbärenpopulation exponentiell ist. **Damit sollte die Population in gleichen Zeiträumen um den gleichen Prozentsatz zunehmen**. Es gilt:

$$\frac{N(t=2)}{N(t=0)} = \frac{35}{20} = 1,75 \quad (175\%) \;;\; \frac{N(t=4)}{N(t=2)} = \frac{61}{35} = 1,74 \quad (174\%)$$

Die Zahlen stimmen ungefähr überein; wir können also von einem exponentiellen Wachstum ausgehen. Ansatz für eine Funktionsgleichung:

$N(t) = N_0 \cdot a^t$ (mit dem Anfangswert N_0 und dem Wachstumsfaktor a; t ist die Zeit in Jahren)

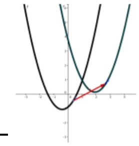
Aus der Aufgabe ist ersichtlich, dass $N_0 = 20$ ist. Der Wachstumsfaktor ergibt sich (zunächst für Zwei-Jahres-Schritte!) als Mittelwert der oben berechneten Zunahmen, also a (2 Jahre) $\approx$ 1,745. Um den Wachstumsfaktor für Ein-Jahres-Schritte zu erhalten, müssen wir die Wurzel aus diesem Wert ziehen: a $\approx$ 1,32. Oder:

$$N(t) = N_0 \cdot (a^2)^t = N_0 \cdot 1,75^t$$

Der Wachstumsfaktor ist folglich 1,32 und damit lautet die gesuchte Funktion:

$$N(t) = 20 \cdot 1,32^t$$

Exponentialfunktionen



LÖSUNG:

Aufgabe 2:

Um den Zeitpunkt t zu berechnen, an dem 100 Naschbären im Habitat leben, muss die Gleichung $100 = 20 \cdot 1{,}32^t$ nach t aufgelöst werden. Division durch 20 und Bildung eines Logarithmus (beliebiger Basis, z.B. Zehnerlogarithmus) auf beiden Seiten ergibt:

$$\lg 5 = \lg 1{,}32^t$$

Nach dem Logarithmusgesetz kann man den Exponenten t als Faktor vorziehen und erhält:

$$\lg 5 = t \cdot \lg 1{,}32$$

Division durch lg 1,32 ergibt t $\approx$ 5,79, d.h. nach ca. 5 Jahren, 9 Monaten und 2 Wochen leben ca. 100 Naschbären im Süßholzhabitat.