Atomkerne und Reißnägel 2

Info vorab, es gilt auch: $m(t) = m_0 \cdot a^t = m_0 \cdot e^{kt}$ mit $e^k = a$

die Zerfallskonstante ist k = ln (a); ist der Exponent negativ, so handelt es sich um exponentiellen Zerfall.

Lösung (beispielhaft, da für jeden Workshop anders):

Auswertung des Reißnägel-Versuchs (Fortsetzung):
Anstelle von *m(t)* wie in der Infobox betrachten wir die Anzahl *N(t)* der noch verbleibenden Reißzwecken; *t* ist die Nummer des Wurfs; a ist der Wachstumsfaktor

Schritt 1: Handelt es sich um eine Exponentialfunktion?
Bestimmen Sie für jeden Schritt („Zeitintervall“) den Quotienten aufeinander folgender Zahlen. Ist er ungefähr konstant?

Der Quotient ist ungefähr konstant, aber für jeden Workshop anders, da die Versuche etwas anders ausfallen.

Schritt 2: Ermittlung des Wachstumsfaktors *a* und der

Wachstumsfunktion $N(t) = N_0 \cdot a^t$

a ergibt sich als der Mittelwert der Quotienten von Schritt 1.
Beispiel: $a \approx 0{,}51$, Wachstumsfunktion: $N(t) = 20 \cdot 0{,}51^t$

Schritt 3: Bestimmung der Halbwertszeit T_H
Nach wie vielen Würfen sind nur noch halb so viele Reißnägel übrig? Setzen Sie $N(T_H) = \frac{N_0}{2}$ und lösen Sie nach T_H auf:

$$N(t) = N_0 \cdot a^t$$

$$10 = 20 \cdot 0{,}51^t$$

$$\frac{1}{2} = 0{,}51^t$$ Tipp: Man kann auch direkt mit diesem Ansatz beginnen!

$$\frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln 0{,}51} = t \quad \text{oder} \quad \log_{0{,}51} \frac{1}{2} = t$$

$t = T_H \approx 1{,}03$ / Die Halbwertszeit T_H ist rund 1,03 Würfe.

<u>Interpretation</u>: Da es keinen 1,03sten Wurf geben kann, gilt: nach 2 Würfen sind es weniger als 10 Reißnägel.

Atomkerne und Reißnägel 2

Additum: Ermittlung der Zerfallskonstanten k **und Aufstellen der Funktionsgleichung als e-Funktion:** $N(t) = N_0 \cdot e^{kt}$

Bestimmen Sie k. Zur Info, es gilt: mit $e^k = a$

N_0 ist wieder der Anfangswert, d.h. $N_0 = 20$

Zum Bestimmen der Zerfallskonstanten k muss man die Funktionsgleichung in die Form $N(t) = N_0 \cdot e^{k \cdot t}$ bringen.

Es gilt: $N(t) = N_0 \cdot a^t = 20 \cdot 0{,}51^t$

Gleichsetzen beider Funktionsgleichungen liefert $N_0 \cdot a^t = N_0 \cdot e^{k \cdot t}$

Daraus folgt $a = e^k$

Logarithmieren dieser Gleichung ergibt $\ln a = k$ (Der natürliche Logarithmus ln ist die Umkehrung der e-Funktion!).

Es gilt also k = ln a = ln 0,51 $\approx$ - 0,673, d.h. die Zerfallskonstante k ist rund 0,673.

Als e-Funktion geschrieben lautet die Zerfallsgleichung:

$N(t) = 20 \cdot e^{-0{,}673 \cdot t}$