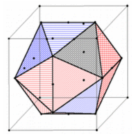
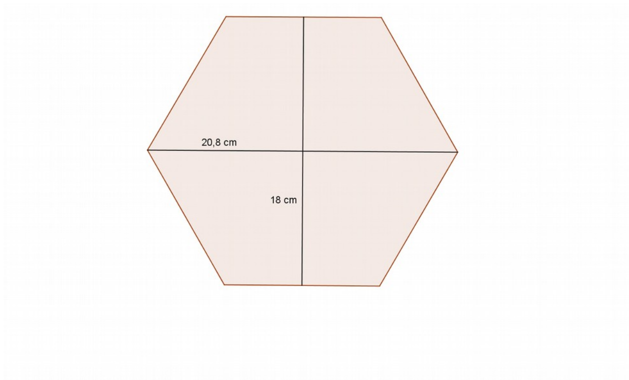
Übungsaufgabe 3 für die Klausurvorbereitung
Workshop Platonische Körper



Lösungen:

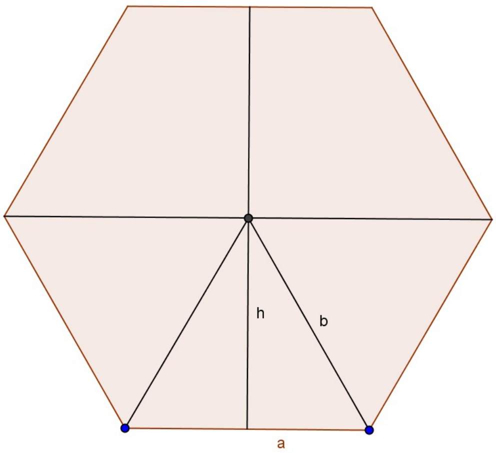
Aufgabe a):



Aufgabe b)

1. Lösungsweg:

Betrachte das Teildreieck im Sechseck:



Offensichtlich gilt:

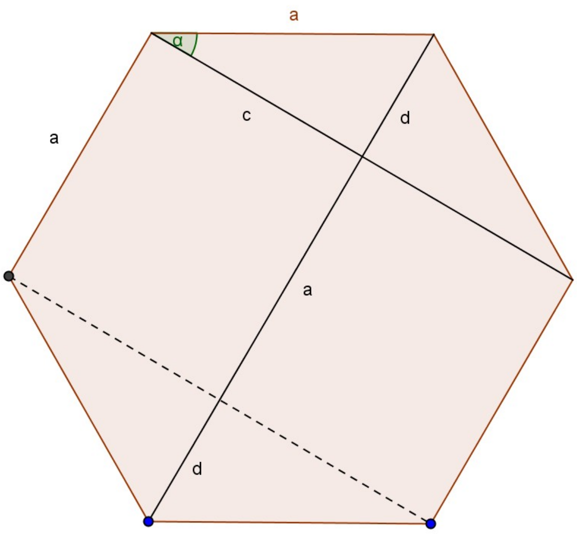
$$h = \frac{18cm}{2} = 9cm$$

$$b = \frac{20,8cm}{2} = 10,4cm$$

Mit dem Satz des Pythagoras gilt:

$$(\frac{a}{2})^2 = b^2 - h^2 = (10,4cm)^2 - (9cm)^2$$
$$=> a \approx 10,4cm$$

2. Lösungsweg:



Betrachte das Dreieck mit den Seiten a, c und d. Da d auf der Spiegelachse des Sechsecks liegt, ist das Dreieck rechtwinklig und es gilt:

$\alpha = 120° - 90° = 30°$

Damit gilt: $\sin\alpha = \frac{d}{a}$, also $\frac{1}{2} = \frac{d}{a} \Rightarrow d = \frac{a}{2}$, da $\sin 30° = \frac{1}{2}$

Für die Diagonale des Sechsecks gilt: $a + 2d = 20{,}8cm$,
mit (1) also

$a + 2 \cdot \frac{a}{2} = a + a = 2a = 20{,}8cm$

$\Rightarrow a = 10{,}4cm$

Aufgabe c)
Da die Innenwinkel des Sechsecks 120° betragen, ergeben die Innenwinkel dreier Sechsecke zusammen 360°. Somit erhält man ein (platonisches) Parkett und keinen Körper.

Aufgabe d)
Großes Fach:
Ein Fünfeck kann man in 5 gleichschenklige Dreiecke unterteilen, indem man den Mittelpunkt des Fünfecks mit seinen Eckpunkten verbindet. In jedem dieser Dreiecke gilt dann:

$$\tan 54° = \frac{h}{\frac{1}{2}a}$$

$$=> h = \frac{1}{2}a \cdot \tan 54° = \frac{1}{2} \cdot 12,7cm \cdot \tan 54° \approx 8,74cm$$

Damit ist der Flächeninhalt eines Dreiecks:

$$A_{Dreieck} = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}12,7cm \cdot \frac{1}{2}12,7cm \cdot \tan 54° \approx 55,5cm^2$$

Die Oberfläche des Dodekaeders beträgt dann:

$A_{Dodekaeder} = 12 \cdot 5 \cdot A_{Dreieck} = 60 \cdot A_{Dreieck} \approx 3330cm^2$,

da jedes Fünfeck aus 5 solcher Dreiecke und das Dodekaeder aus 12 Fünfecken besteht.

Kleines Fach:

Die Fläche eines Fünfecks beträgt

$A_{Fünfeck} = \frac{b^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}} = \frac{12,7^2}{4}\sqrt{25+10\sqrt{5}} \approx 277,5cm^2$,

da der Dodekaeder aus 12 Fünfecken besteht, gilt:

$A_{Dodekaeder} = 12 \cdot A_{Fünfeck} \approx 3330cm^2$