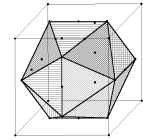


Gruppenpuzzle: Eigenschaften platonischer Körper



LÖSUNG

A. Aufgaben für die Expertengruppen:

1. Tragen Sie die Anzahl der Ecken, Flächen, Kanten für den platonischen Körper Ihrer Expertengruppe in die Tabelle ein.

Name	Anzahl der Ecken	Anzahl der Kanten	Anzahl der Flächen	dualer Körper
Tetraeder	$4 \cdot 3 : 3 = 4$	$4 \cdot 3 : 2 = 6$	4	Tetraeder
Hexaeder	$6 \cdot 4 : 3 = 8$	$6 \cdot 4 : 2 = 12$	6	Oktaeder
Oktaeder	$8 \cdot 3 : 4 = 6$	$8 \cdot 3 : 2 = 12$	8	Hexaeder
Dodekaeder	$12 \cdot 5 : 3 = 20$	$12 \cdot 5 : 2 = 30$	12	Ikosaeder
Ikosaeder	$20 \cdot 3 : 5 = 12$	$20 \cdot 3 : 2 = 30$	20	Dodekaeder

Eckenzahl = Flächenzahl \cdot n (von n-Eck) : Anzahl der Vielecke pro Ecke
 Kantenzahl = Flächenzahl \cdot n (von n-Eck) : 2

$E - K + F = 2$ (Eulerscher Polyedersatz)

2. Bestimmen Sie die Kantenlänge des platonischen Körpers Ihrer Expertengruppe, der in oder um (Dodekaeder) einen Würfel mit der Kantenlänge $a = 5$ cm gezeichnet wurde.

Tetraeder Flächendiagonale $a \cdot \sqrt{2} \approx 7,1$ cm

Oktaeder halbe Flächendiagonale $\frac{a}{2} \cdot \sqrt{2} \approx 3,5$ cm

Ergänzung:

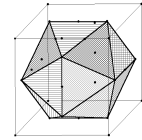
Dodekaeder Kantenlänge $\cdot \varphi$ $\frac{a \cdot (\sqrt{5} - 1)}{2} \approx 3,1$ cm

Ikosaeder Kantenlänge $\cdot \varphi$ $\frac{a \cdot (\sqrt{5} - 1)}{2} \approx 3,1$ cm

Der duale Körper eines platonischen Körpers entsteht, wenn man die Flächenmittelpunkte des platonischen Körpers als Eckpunkte des dualen Körpers betrachtet.

3. Tragen Sie den dualen Körper zu Ihrem platonischen Körper in die Tabelle ein.

Gruppenpuzzle: Eigenschaften platonischer Körper



Tetraeder – Tetraeder
Hexaeder – Oktaeder
Dodekaeder – Ikosaeder

4. Additum: Benennen und begründen Sie die Beziehung (d.h. Gemeinsamkeiten und Unterschiede) zwischen Ihrem platonischem Körper und seinem dualen Körper.

B. Aufgaben für die Stammgruppen:

Zur Beziehung zwischen Körper und dualem Körper:

Verbindet man die Mittelpunkte benachbarter Seitenflächen eines platonischen Körpers, so erhält man (mit den Verbindungslinien als Kanten) wieder einen platonischen Körper, und zwar mit demselben Mittelpunkt. Dieser Körper wird als Dualkörper zum Ausgangskörper bezeichnet.

- a) Die Anzahl der Flächen des platonischen Körpers entspricht der Anzahl der Ecken des dualen Körpers. („Aus Flächen werden Ecken“).
Begründung: Dies ist die Definition der dualen Körper.
- b) Die Anzahl der Ecken des platonischen Körpers entspricht der Anzahl der Flächen des dualen Körpers. („Aus Ecken werden Flächen“).
Begründung: An jeder der x Ecken des platonischen Körpers stoßen y n -Ecke zusammen. Wenn man deren Mittelpunkte miteinander verbindet, entstehen x y -Ecke.
- c) Die Anzahl der Kanten ist beim platonischen Körper und seinem dualen Körper gleich. Begründung: Dies folgt aus a) und b) mit dem Eulerschen Polyedersatz im Raum.
- d) Die Anzahl der Vielecke, die in einer Ecke des platonischen Körpers zusammenstoßen, entspricht der Anzahl der Ecken eines Vielecks des dualen Körpers. („Eckentyp wird Vielecktyp“)
Begründung: Wie b)
- e) Die Anzahl der Kanten eines Vielecks des platonischen Körpers entspricht der Anzahl der Vielecke, die an einer Ecke des dualen Körpers zusammenreffen. („Vielecktyp wird Eckentyp“).
Begründung: Jedes n -Eck des platonischen Körpers hat n Nachbar n -Ecke. Von seinem Mittelpunkt gehen also n Kanten des dualen Körpers in die Nachbarflächen. Mit anderen Worten: Am Mittelpunkt stoßen n Vielecke des dualen Körpers zusammen.

Gruppenpuzzle: Eigenschaften platonischer Körper

